Ze „Słowem” do liceum

Sprawdź ile umiesz

Dzisiaj przypominamy wam zadania z ubiegłorocznych egzaminów wstępnych do szkół średnich z matematyki. Obok są rozwiązania, ale zanim do nich zajrzycie spróbujcie zrobić je sami. Przeczytajcie uważnie rady nauczycielki matematyki, mogą się przydać.

W sobotę zdjęcia i sylwetki najlepszych uczniów z klas ósmych.

Na matematyce nie będzie dużo liczenia, ale egzamin jest wszechstronny Fot. D. Gacek

Nie pisz w cały świat

Jak zdać egzamin z matematyki podpowiada Daromiła Domagała, nauczycielka matematyki z I LO im. Stefana Żeromskiego w Kielcach:

Macie do rozwiązania dziewięć zadań. Żadne z nich nie wymaga wielkiego liczenia, nie zawiera podstępnych haczyków. Trzeba jedynie zrozumieć polecenia i ewentualnie posłużyć się rysunkiem. Dlatego najpierw dokładnie zapoznajcie się z treścią zadania. Czasu jest dosyć - całe 90 minut.

Możecie rozwiązać zadania na brudno. Przy nierównościach zwracajcie uwagę na znaki. Najczęstszym błędem, jaki popełniają przyszli licealiści jest „zapominanie” o znaku przy przenoszeniu lub likwidacji mianownika. Gdy przepisujecie z brudnopisu, nie róbcie tego bezmyślnie, ale liczcie jeszcze raz. To będzie autosprawdzanie.

Piszcie czytelnie. Matematyka ma to do siebie, że nieodczytanie lub złe odczytanie lierek „x” czy „y” , „a” czy „b” może spowodować, że całe rozwiązanie, mimo poprawnego toku rozumowania, będzie złe.

Przy ocenie pracy brane jest pod uwagę kilka czynników. Przede wszystkim sposób podejścia do zadania. Wynik jest oczywiście bardzo ważny, ale może się zdarzyć, że przez pomyłkę uczeń źle coś przepisze, czy zwyczajnie się pomyli i ostateczny rezultat będzie zły. Wówczas nauczyciel sprawdza, czy kierunek, jaki obrał, był poprawny. Jest sporo zadań, które można rozwiązać na kilka sposobów. To, który się zastosuje, nie ma żadnego wpływu na ocenę. Dlatego nie silcie się na metody skomplikowane, naprawdę prościej jest lepiej.

Propozycja punktacji

1 . Wykonanie obliczeń i wyznaczenie liczby x - 2 p

Zapisanie liczby przeciwnej do danej - 1 p

2. Zapisanie wyrażenia w najprostszej postaci - 2 p

Obliczenie wartości wyrażenia dla danego x - 1 p

3. Rozwiązanie nierówności - 2 p

Ilustracja rozwiązania na osi liczbowej - 1 p

4. Wyznaczenie pierwszej liczby spełniającej dany układ równań - 1 p

Wyznaczenie drugiej liczby spełniającej dany układ równań - 1 p

Ustalenie pary liczb spełniających dany układ równań - 1 p

5. Wyznaczenie współrzędnych punktów przecięcia danej prostej z osiami układu współrzędnych - 2 p

Obliczenie długości wskazanego odcinka - 1 p

6. Obliczenie długości promienia podstawy walca - 1 p

Obliczenie długości wysokości walca - 1 p

Obliczenie objętości bryły - 1 p

7. Wyznaczenie a i b - 2 p

Wyznaczenie argumentów, dla których funkcje posiadają podaną własność - 2 p

8. Zapisanie odpowiedniego równania - 2 p

Rozwiązanie tego równania - 2 p

9. Wykonanie odpowiedniego rysunku - 2 p

Wyznaczenie długości wysokości podstawy - 2 p

Zadanie 1

Podaj liczbę przeciwną do liczby x jeżeli

$$x=\sqrt{1\frac{9}{16}}-(-2)^2:\frac{1}{3}$$

Rozwiązanie

$$x=\sqrt{1\frac{9}{16}}-(-2)^2:\frac{1}{3}$$

$$x=\sqrt{\frac{25}{16}}-4:\frac{4}{3}$$

$$x=\frac{5}{4}-4*\frac{3}{4}$$

$$x=\frac{5}{4}-3$$

$$x=\frac{5}{4}-\frac{12}{4}$$

$$x=-\frac{7}{4}$$

$$x=-1\frac{3}{4}$$

Odp.: Liczba przeciwna do liczby x to $1\frac{3}{4}$

Zadanie 2

Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie:

$2(x-2)^2-(x-1)(x+1)$ i oblicz jego wartość dla x=-1

Rozwiązanie

$$2(x-2)^2-(x-1)(x+1)=2(x^2-4x+4)-(x^2-1)=2x^2-8x+8-x^2+1=x^2-8x+9$$

Gdy to $x=-1$ wyrażenie x^2-8x+9 przyjmuje wartość $(-1)^2-8*(-1)+9=1+8+9=18$

Odp.: Wartość wyrażenia dla x=-1 wynosi 18

Zadanie 3

Rozwiąż nierówność:

$$x-\frac{2(x+1)}{3}\geqslant x+1$$

Przedstaw rozwiązanie na osi liczbowej

Rozwiązanie

$$x-\frac{2(x+1)}{3}\geqslant x+1$$

$$x-\frac{2x+2}{3}\geqslant x+1\ /*3$$

$$3x-(2x+2)\geqslant 3x+3$$

$$3x-2x-2\geqslant 3x+3$$

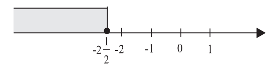
$$3x-2x-3x\geqslant 3+2$$

$$-2x\geqslant 5\ /:(-2)$$

$$x\leqslant -\frac{5}{2}$$

$$x\leqslant -2\frac{1}{2}$$

$$(-2\frac{1}{2})=-\frac{5}{2}$$



Zadanie 4

Rozwiąż algebraicznie układ równań:

$$\begin{cases}\frac{x}{2}+y=2\ /*2\\ 3x-4y=-18\end{cases}$$

Rozwiązanie

$$\begin{cases}\frac{x}{2}+y=2\ /*2\\ 3x-4y=-18\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+2y=4\ /*2\\ 3x-4y=-18\end{cases}$$

$$\begin{cases}2x+4y=8\\ 3x-4y=-18\end{cases}$$

$$2x+4y+3x-4y=8-18$$

$$5x=-10\ /:5$$

$$\begin{cases}x=-2\\ x+2y=4\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-2\\ -2+2y=4\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-2\\ 2y=4+2\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-2\\ 2y=6\ /:2\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-2\\ y=3\end{cases}$$

Zadanie 5

Oblicz długość odcinka, którego końcami są punkty przecięcia wykresu funkcji y=-2x+4 z osiami układu współrzędnych.

Rozwiązanie

y=-2x+4 (0,4) (2,0)

$A(\overset{x_1}{0},\overset{y_1}{4})$ $B(\overset{x_2}{2},\overset{y_2}{0})$

$$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$|AB|=\sqrt{(2-0)^2+(0-4)^2}$$

$$|AB|=\sqrt{2^2+(-4)^2}$$

$$|AB|=\sqrt{4+16}$$

$$|AB|=\sqrt{20}$$

$$|AB|=\sqrt{4*5}$$

$$|AB|=2\sqrt{5}$$

lub

$|OA|=4$ i $|OB|=2$

Stosując twierdzenie Pitagorasa do $\triangle OAB$ otrzymamy:

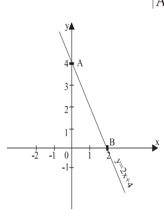
$$|AB|^2=|OA|^2+|OB|^2$$

$$|AB|^2=4^2+2^2$$

$$|AB|^2=16+4$$

$$|AB|^2=20$$

$$|AB|=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$



Odp.: Długość odcinka wynosi $2\sqrt{5}$.

Zadanie 6

Pole powierzchni podstawy walca wynosi 25π, a jego przekrój jest kwadratem. Oblicz objętość walca.

Rozwiązanie

Dane:

$P=25\pi$

$H=2r$

Szukane:

V=?

$V=\pi r^2*H$

$P=\pi r^2$

$25\pi=\pi r\ /:\pi$

$r^2=25$

$r=5$

$H=2r$

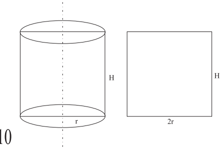
$H=2*5$

$H=10$

$V=\pi 5^2*10$

$V=25\pi*10$

$V=250\pi$



Odp.: Objętość walca wynosi 250π

Zadanie 7

Dane są funkcje y=ax+5 i y=3x-b, których wykresy przecinają się w punkcie P(1,1). Znajdź a i b. Dla jakich argumentów obie funkcje przyjmują jednocześnie wartości różnych znaków.

Rozwiązanie

y=ax+5

y=3x-b

P=(1,1)

Ponieważ punkt P (1,1) należy do wykresów danych funkcji, to:

$$\begin{cases}1=a*1+5\\ 1=3*1-b\end{cases}$$

$$\begin{cases}1=a+5\\ 1=3-b\end{cases}$$

$$\begin{cases}-a=5-1\\ b=3-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}-a=4/:(-1)\\ b=2\end{cases}$$

$$\begin{cases}a=-4\\ b=2\end{cases}$$

y=-4x+5

y=3x-2

przyjmując

$y_1=-4x+5$

$y_2=3x-2$

$$\begin{cases}y_1<0\\ y_2>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-4x+5<0\\ 3x-2>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-4x<-5/:(-4)\\ 3x>2/:3\end{cases}$$

$$\begin{cases}x>\frac{5}{4}\\ x>\frac{2}{3}\end{cases}$$

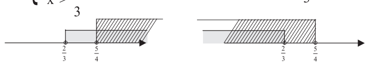
lub

$$\begin{cases}y_1>0\\ y_2<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-4x+5>0\\ 3x-2<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-4x>-5/:(-4)\\ 3x<2/:3\end{cases}$$

$$\begin{cases}x<\frac{5}{4}\\ x<\frac{2}{3}\end{cases}$$



$x>\frac{5}{4}$ $x<\frac{2}{3}$

a=-4 i b=2

Odp.: Obie funkcje przyjmują jednocześnie wartości różnych znaków dla argumentów $x>\frac{5}{4}$ lub $x<\frac{2}{3}$

Zadanie 8

Na lekcji matematyki 28% uczniów rozwiązało zadanie poprawnie, 16% rozwiązało je z błędami, a 14 uczniów nie rozwiązało zadania.

Ile uczniów było w tej klasie?

Rozwiązanie

x - ilość uczniów w klasie

28%x - ilość uczniów, którzy rozwiązali zadanie poprawnie

16%x - ilość uczniów, którzy rozwiązali zadanie z błędami

14 - ilość uczniów, którzy nie rozwiązali zadania

28%x+16%x+14=x

$$\frac{28}{100}x+\frac{16}{100}x+14=x$$

$$\frac{44}{100}x-x=-14$$

$$-\frac{56}{100}x=-14\ /:(-\frac{56}{100})$$

$$x=-14*(-\frac{100}{56})$$

$$x=\frac{100}{4}$$

x=25

Odp.:W klasie było 25 uczniów

Zadanie 9

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym długość krawędzi bocznej wynosi 8cm. Wysokość ostrosłupa tworzy z krawędzią boczną kąt o mierze 30°.

Oblicz długość wysokoś ci podstawy tego ostrosłupa.

Rozwiązanie

Dane:

b=8cm

$\alpha=30^0$

Szukane:

h=?

$$\sin\alpha=\frac{\frac{2}{3}h}{b}$$

$$\sin 30^0=\frac{\frac{2}{3}h}{8}$$

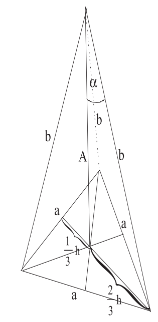
$$\frac{1}{2}=\frac{\frac{2}{3}h}{8}$$

$$\frac{2}{3}h*2=8$$

$$\frac{4}{3}h=8\ /:\frac{4}{3}$$

$$h=8*\frac{3}{4}$$

$$h=6(cm)$$



Odp.: Długość wysokości podstawy ostrosłupa wynosi 6 cm

Kolumnę przygotowała
BEATA SZCZEPANEK